

## Mustererkennung

Texturen und Klassifikation von  
segmentierten Bildelementen

Wolfgang Heiden © 2014-22, mit Beiträgen von R. Herpers, F. Mannuß, B. Kahl

Wolfgang Heiden © 2014-22 [wolfgang.heiden@h-brs.de](mailto:wolfgang.heiden@h-brs.de)

-- auf der Grundlage einer Lehrveranstaltung von Prof. Dr. Rainer Herpers sowie Folien  
von Florian Mannuß 2011, Dr. Björn Kahl 2012 --

Fachbereich Informatik (Dpt. Computer Science)

Hochschule Bonn-Rhein-Sieg – University of Applied Sciences,

53754 Sankt Augustin

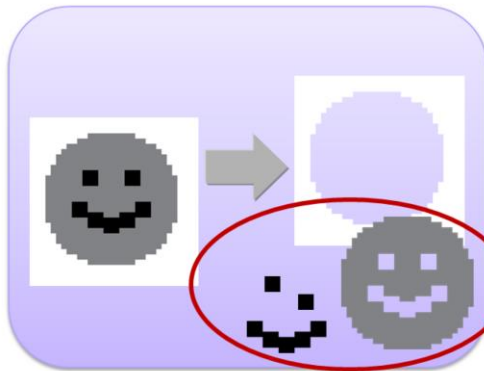
Germany

# Mustererkennung (pattern recognition)

- **Feinstrukturmuster**
  - **Texturen**
  - **Segmentierung, Klassifikation**
    - z.B. verschiedene Gewebetypen
- **Grobstrukturmuster**
  - **Formen → Klassifikation**
  - **Anordnung von Objekten → Erkennung**
    - z.B. Zellen, Knochen, relative Lage von Fremdkörpern

## ● Segmentierung

- Aufteilung (eines Bildes) in zusammenhängende Bereiche



## ● Klassifizierung

- Kategorisierung, Vergleich

## ● Interpretation

- Bewertung, Schlussfolgerungen
- z.B. Vordergrund, Hintergrund, etc.
- OCR (Texterkennung)



Automatisierte Bilderkennung erfordert über die bloße Segmentierung in sich homogener Farbflächen hinaus auch die Identifikation zusammenhängender Muster als Einheit. Dies verlangt nach einem neuen Homogenitätsmaß, das vergleichbare Substrukturen als Gemeinsamkeit behandelt.

- **Trennung von Bildbereichen ähnlicher Inhomogenitäten**  
→ zwischen Segmentierung und Klassifikation
- **statistische Verfahren**
  - Statistiken erster und zweiter Ordnung
- **globale und lokale Texturmaße**
  - Textur vs. Anordnung
  - Selbstähnlichkeit
- **Bildanalyse vs. Textursynthese**

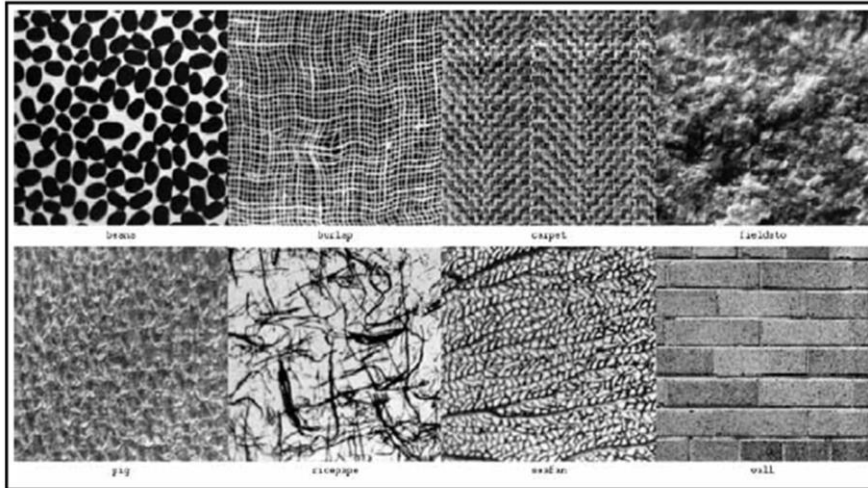
Auch Inhomogenitäten, die einer gemeinsamen Bildungsvorschrift folgen, können als Homogenitäten als Grundlage zur Segmentierung interpretiert werden und zudem auch zur Klassifikation dienen.

Hilfreich zur Erkennung solcher „homogenen Inhomogenitäten“ als Texturen sind oft statistische Bildanalyseverfahren.

Dabei nützt die Betrachtung von Bildbereichen auf verschiedenen Skalierungsebenen in einer Art Hierarchie von Bildunterstrukturen (z.B. Rauheit innerhalb separater Bildobjekte und deren Anordnung in einem größeren Zusammenhang). Gelten identische Beschreibungen für Feinstrukturen auf verschiedenen Größenskalen, spricht man von Selbstähnlichkeit.

Solche selbstähnliche Beschreibungen können z.B. in der Bildanalyse zur Erkennung von fraktalen Strukturen verwendet werden oder zur Erzeugung komplexer Bildtexturen dienen.

# Unterscheidung von Texturen



Quelle: Lehmann: BV für die Medizin,  
aus: Brodatz, 1966

Trotz teils starker Gradienten innerhalb sich regelmäßig wiederholender Strukturen können diese, eben aufgrund dieser Regelmäßigkeit, eine eigene Art von Homogenität (ein „Muster“) aufweisen und sich damit als Einheit präsentieren. Solche Muster können nichtsdestotrotz in ihren Eigenschaften, selbst bei vergleichbarer Granularität, deutlich variieren. Dies legt eine Segmentierung nicht anhand der Details innerhalb eines Musters, sondern eher aufgrund von Grenzen zwischen verschiedenen Mustern nahe.

# Textur-Definitionen

- **strukturell**

- Texturprimitive:  
Textone / Texel

- **statistisch**

- Extraktion statistischer  
Parameter aus lokalen  
Bildeigenschaften

"Ein endlicher Signalausschnitt wird dann als homogen texturiert bezeichnet, wenn geeignete statistische Parameter oder Merkmale, die aus lokalen Einzugsbereichen ("Fenstern") berechnet werden, über der gesamten betrachteten Fläche konstant oder langsam veränderlich sind oder zumindest denselben Verteilungsgesetzen unterliegen."  
(Mester, 1989)

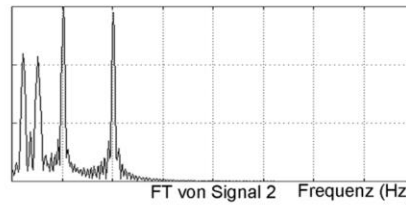
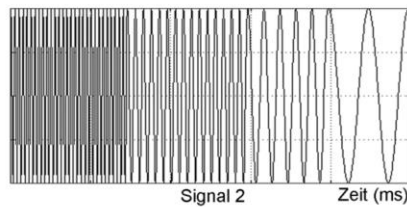
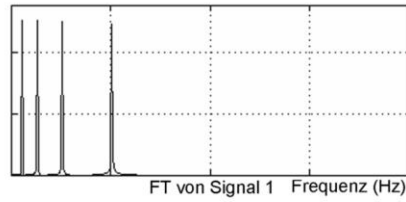
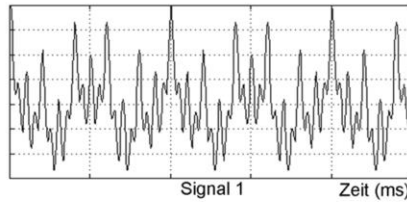
In sich nicht weiter teilbare Texturelemente, die sich zu Texturen zusammenfügen lassen (Texturprimitive), können als „Textone“ oder – in Anlehnung an Pixel (picture elements) – als „Texel“ (texture elements) bezeichnet werden.

# Wiederholung Fouriertransformation

## Fourier-Transformation für $f(t)$

Quelle: <http://astronomy.swin.edu.au/~pbourke/analysis/dft/>

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j2\pi ft} dt$$



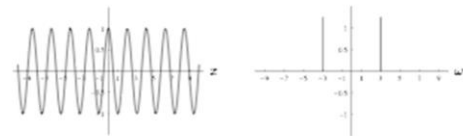
erneute Betrachtung der Fouriertransformation als Grundlage der Analyse periodischer Eigenschaften in Bildern

## Exkurs Fouriertransformation

- **Idee: Zerlegen einer nichtperiodischen Funktion in ihre Frequenzbestandteile**
- **Darstellen der Funktion in einem anderen Bezugssystem**
- **Jede Funktion kann als Summe von Sinus- und Cosinus-Schwingungen zusammengesetzt werden.**



Jean Baptiste Joseph Fourier (1768 - 1830)



$$(n) \text{ Kosinus } (\omega_0=3): g(x) = \cos(3x) \quad \longleftrightarrow \quad G(\omega) = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \{\delta(\omega-3) + \delta(\omega+3)\}$$

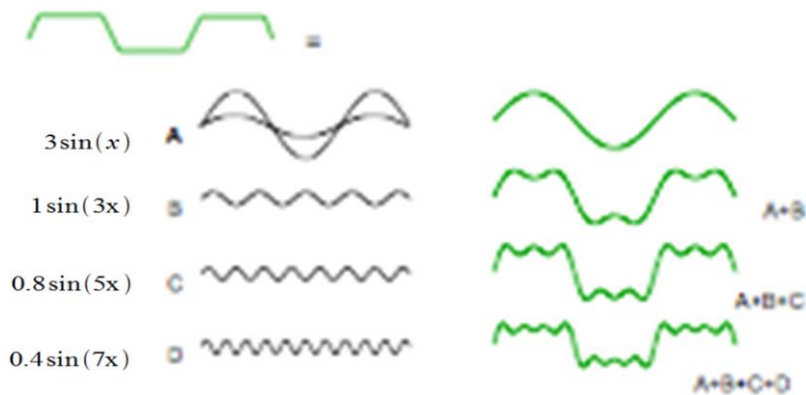
Der französische Mathematiker Jean Baptiste Joseph Fourier beschrieb für aperiodische Schwingungsfunktionen die Zerlegung in bzw. Konstruktion durch periodische Funktionselemente. Dabei transformierte er die Funktionen vom Orts- (bzw. Zeit-) in einen Frequenzraum.



## Exkurs

### Beispiel für Fouriertransformation

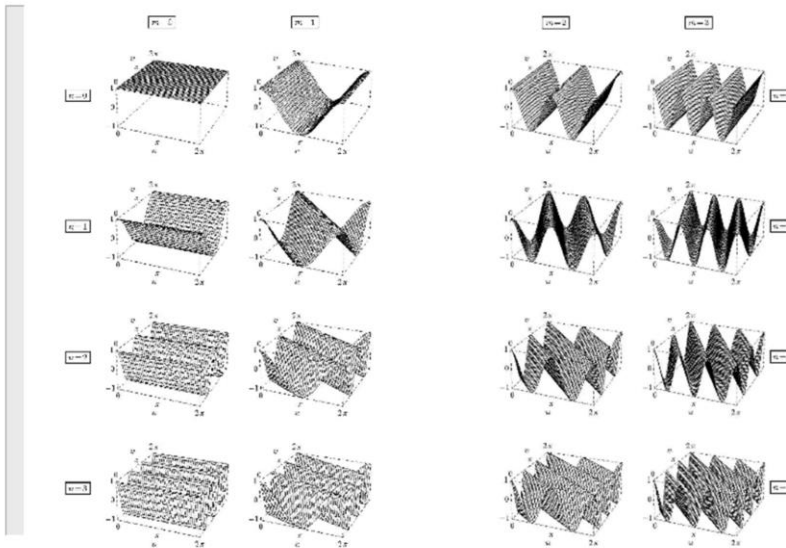
Darstellung einer periodischen Funktion  
durch **cos**- und **sin**-Funktionen  
unterschiedlicher Frequenzen



Mithilfe der Fourier-Transformation lässt sich jede periodische Schwingung als Überlagerung von sin- bzw. cos-Schwingungen unterschiedlicher Frequenz und Amplitude darstellen.

Für aperiodische Schwingungen (hier nicht dargestellt) bedarf es darüber hinaus noch der Verschiebung und Begrenzung (Anfangs- und Endpunkt) der einzelnen Schwingungskomponenten).

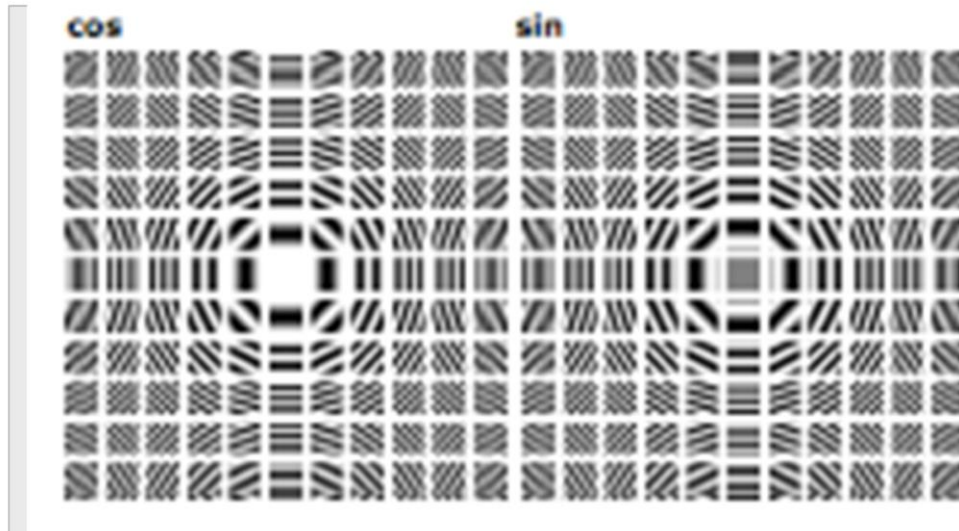
# Basisfunktionen (cos)



Im 3D-Raum können die Basisfunktionen zur Fouriersynthese durch Rotation von cos-Schwingungen erzeugt werden.

# Basisfunktionen

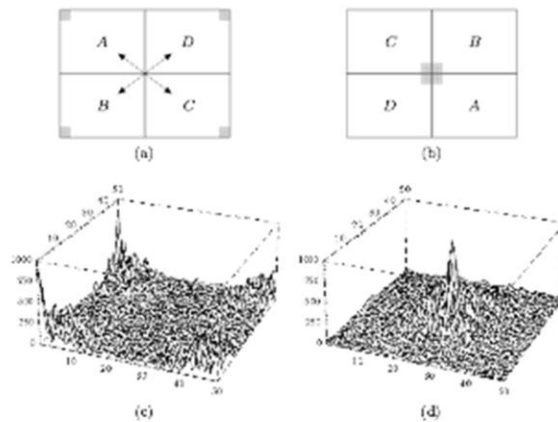
(andere Darstellung)



Im 2D-(Bild-)Raum können Basisfunktionen auf der Grundlage von cos- oder sin-Schwingungen in unterschiedlichen Frequenzen und Rotationswinkeln als quadratische Elementarflächen abgebildet werden.

Um die Symmetrie der Basisfunktionen zu einander zu verdeutlichen, sind diese hier so angeordnet, dass der die Nullfrequenz (keine Änderung der Intensitätswerte innerhalb des betrachteten Bildausschnitts – vgl. „Gleichanteil der diskreten Cosinus-Transformation, DCT) jeweils im Zentrum der verschiedenen Variationen steht. Man spricht von einer „zentrierten Darstellung“.

- **Zentrierte Darstellung**
- Wegen Periodizität des Spektrums einer diskreten Funktion und des Koordinatenursprungs links oben

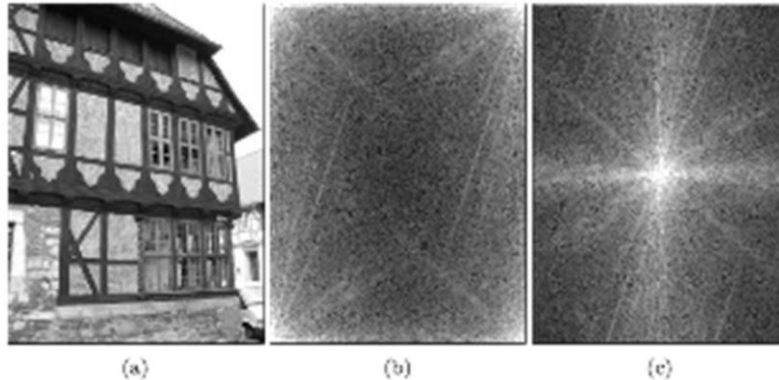


Werden die Beiträge der einzelnen Basisfunktionen (z.B.  $\cos$ , variiert nach Frequenz und Winkel) zur Konstruktion des tatsächlichen Intensitätsverlaufs in einem Bildausschnitt als Koeffizienten an der jeweiligen Position aufgetragen (Darstellung im Frequenzraum), dann ergibt sich eine Höhenverteilung, bei welcher der „Gleichanteil“ (Beitrag unveränderlicher Werte) bei klassischer Anordnung der Basisfunktionen im kontinuierlichen Verlauf der Änderungen in jedem Quadranten an der äußersten Ecke liegt.

Durch Spiegelung der Quadranten am Zentrum vereinigen sich diese Gleichanteile in einem zentralen Flächenelement. Aufgrund der besseren intuitiven Verständlichkeit wird in den meisten Fällen für die Koeffizientenanalyse des Fourier-Spektrums eines Bildes diese „zentrale Darstellung“ verwendet.

Da der Gleichanteil in den meisten Bildern den größten Beitrag liefert, ist dort die Koeffizientenabbildung i.d.R. besonders hell.

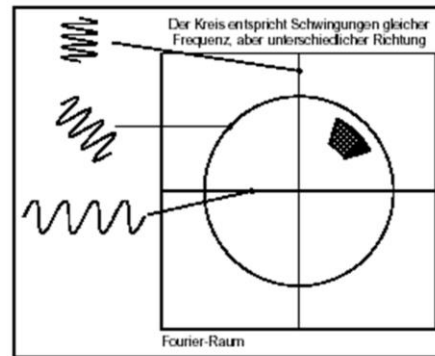
# Darstellung des Fourier-Spektrums



- (a) Originalbild
- Fourierspektrum: (b) unzentriert, (c) zentriert
- Orientierung periodischer Muster ablesbar wegen gerichteter Basisfunktionen (Cosinus- bzw. Sinusfunktionen)

Das Fourier-Spektrum als Koeffizientenmatrix der Frequenz- und Rotationsvariationen der cos- bzw. sin-Funktion lässt in der zentrierten Darstellung (c) deutlich besser als in der unzentrierten (b) einen hohen Beitrag der Gleichanteile erkennen. Dieser ergibt sich dadurch, dass benachbarte Pixel häufiger gleiche oder ähnliche Intensitätswerte aufweisen als deutliche Intensitätsunterschiede. Die ebenfalls relativ hellen Linien parallel und diagonal zu den Achsen im zentrierten Spektraldiagramm lassen sich mit den weitgehend geometrischen Mustern in der Fachwerkstruktur des Originalbildes begründen.

- **Energieinhalt** des **Leistungsdichtespektrums** des **Fourier-transformierten** Bildausschnitts
- **Vorzugsrichtung** durch keilförmige Ausschnitte
- **Autokorrelationsfunktion**
  - Periodizität
  - Rauheit



Quelle: Lehmann: BV für die Medizin,  
nach: Gralund, 1980

Helle Flecken an bestimmten Positionen im zentrierten Fourier-Spektraldiagramm (ZFSD) weisen auf starke Beiträge (d.h. häufiges Auftreten) bestimmter Frequenzen (Abstand zum Zentrum) in bestimmter Orientierung (Winkel zur Senkrechten) hin.

Treten z.B. häufig sowohl scharfe waagerechte Kanten als auch sanfte waagerechte Verläufe auf, dann zeigt sich je ein heller Fleck am oberen oder unteren (je nach Gradientenverlauf) mittleren Bildrand (waagerechte Kanten, d.h. hochfrequente senkrechte Gradienten) und nahe dem Zentrum (rechts oder links je nach Gradientenverlauf für niederfrequente waagerechte Gradienten).

# Statistiken erster und zweiter Ordnung

## 1. Ordnung

- eindimensionale Häufigkeitsverteilungen
- unabhängige Betrachtung einzelner Pixel
- Ergebnis unabhängig von Lage der einzelnen Bildpunkte

### Bsp.:

- (rel.) Histogramm, Mittelwert, Varianz, Standardabweichung

- Schiefe

- Entropie

$$M_3 = \sum_{g=0}^{N_g-1} (g - \mu)^3 h(g)$$

$$\varepsilon = - \sum_{g=0}^{N_g-1} h(g) \log h(g)$$

## 2. Ordnung

- zwei Zufallsvariablen → bivariate Statistiken
- bedingte Häufigkeit
- Grauwertpaare in bestimmter Lagebeziehung
- Displacement-Vektor

### Bsp.:

- Cooccurrence Matrizen
- Histogramme 2. Ordnung

Quelle: Modrau: Diplomarbeit FH Bonn-Rhein-Sieg, 2007

rel. Histogramm: Häufigkeit in Relation zur Anzahl der Grauwerte:  $h(g) = H(g) / N_g$

Varianz = StdAbw<sup>2</sup>

Schiefe, Kurtosis, Entropie

Quelle: Ilya Modrau: **SEGMENTIERUNG MITTELS STATISTISCHER MERKMALE AUF 2D-BILDDATEN**, Diplomarbeit, FH Bonn-Rhein-Sieg, 2007

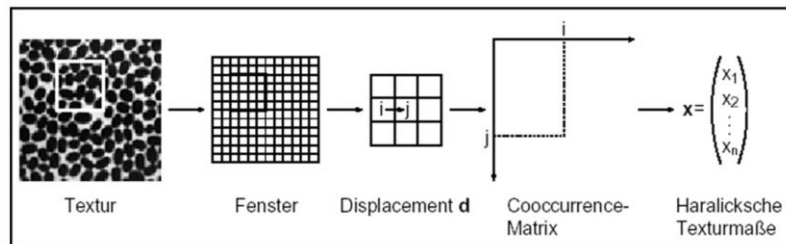


# Cooccurrence Matrix

## Prinzip

- **Co-occurrence Matrix (CoMa)** (Haralick, 1973)  
(= Grauwertübergangsmatrix)
- **statistische Ableitung aus dem Ortsbereich**
- **Nachbarschaftsverhältnisse von Grauwerten**
  - "Wie oft tritt ein bestimmter Grauwert neben einem bestimmten anderen Grauwert auf?"
- **richtungsabhängig → rotationsvariant** (vgl. Sobel)
- **skaliert quadratisch mit Anzahl der Grauwerte**
  - 24 bit → 24x24 Werte

Quelle: Lehmann:  
BV für die Medizin



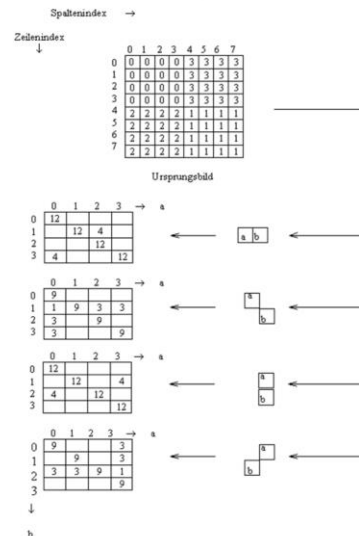
Displacement = Abstand, z.B. 1 Pixel → direkter Nachbar



# Cooccurrence Matrix

## anschaulich

- **Grauwertübergangsmatrix**
- **Nachbarschaft = Lagebeziehung**
  - Displacement
  - z.B. direkter rechter Nachbar, etc.
- **Summierung** aller möglichen **Nachbarschaftsvarianten** für jede **Grauwertkombination**
- quadratische **Matritzen** nach Anzahl möglicher **Grauwerte**
- je eine **Matrix** pro **Lagebeziehung**



Quelle: <http://www.weblearn.hs-bremen.de/risse/AWI/TEXTUR/merkmale.htm>

Abb. 2 : Beispiel für die Anwendung der Cooccurrence-Matrix

Quelle: <http://www.weblearn.hs-bremen.de/risse/AWI/TEXTUR/merkmale.htm>

Betrachtung niedriger Auflösungen spart enorm Speicherplatz wegen quadratischer Abhängigkeit

- Auftrittswahrscheinlichkeit  $p$  für Grauwertpaare  $(i,j)$  in bestimmtem Abstand (Displacement  $d$ ) bei  $G$  mögl. Grauwerten

$$0 \leq p_d(i, j) \leq 1 \quad \forall i, j \quad \text{und} \quad \sum_{i=0}^{G-1} \sum_{j=0}^{G-1} p_d(i, j) = 1$$

$$M_d(i, j) = \begin{pmatrix} p_d(0, 0) & p_d(1, 0) & \cdots & p_d(G-1, 0) \\ p_d(0, 1) & p_d(1, 1) & \cdots & p_d(G-1, 1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_d(0, G-1) & p_d(1, G-1) & \cdots & p_d(G-1, G-1) \end{pmatrix}$$

Quelle: Lehmann:  
BV für die Medizin

## Texturmaße aus Cooccurrence-Matrizen

- Informationsverdichtung aus CoMa
- nach Haralick et al., 1973
- 14 Texturmaße
  - Contrast, Correlation, Difference Variance, Difference Entropy, Entropy, Inverse Difference Moment (Lokale Homogenität), Information Measures of Correlation I & II, Maximal Correlation Coefficient, Second Angular Moment (Energy), Sum Average, Sum Variance, Sum Entropy, Variance

Quelle: Heinz Handels: Medizinische Bildverarbeitung, Teubner (2000)

## Haralick'sche Texturparameter (Auswahl)

$r, c$  = Grauwerte

- **Energie**

➡ Rauscharmut

$$M1 = \sum_{r=0}^{Q-1} \sum_{c=0}^{Q-1} CoMa(r, c)^2$$

- **Kontrast**

➡ mittlere Grauwertvariation

$$M2 = \sum_{r=0}^{Q-1} \sum_{c=0}^{Q-1} (r - c)^2 \cdot CoMa(r, c)$$

- **Homogenität**

➡ Ähnlichkeit von Nachbarn

$$M4 = \sum_{r=0}^{Q-1} \sum_{c=0}^{Q-1} \frac{CoMa(r, c)}{1 + |r - c|}$$

- **Entropie**

➡ Unordnung (gleichmäßige Verteilung)

$$M3 = \sum_{r=0}^{Q-1} \sum_{c=0}^{Q-1} CoMa(r, c) \cdot \log(CoMa(r, c))$$

Quelle: <http://www.weblearn.hs-bremen.de/risse/AWI/TEXTUR/merkmale.htm>

Energie: max. (1) bei identischen Grauwerten (vollkommen homogen) und min. bei Gleichverteilung aller Grauwertkombinationen (Rauschen)

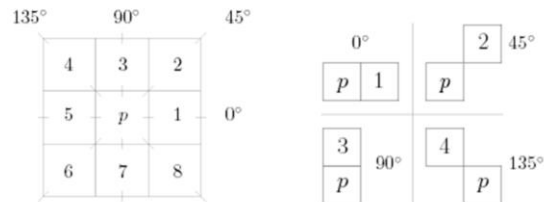
Kontrast: Trägheitsmoment entlang der Hauptdiagonalen → hoher Wert weist auf starke Grauwertsprünge (ggf. Kanten) hin

Entropie: Unordnung, nimmt mit steigender Homogenität ab

# Rotationsinvariante Cooccurrence Matrix

## ● Mittelung mehrerer CoMa'en

$$M_{\delta}(g_1, g_2) = \frac{1}{4} \sum_{\theta=0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}} C_{\delta, \theta}(g_1, g_2)$$

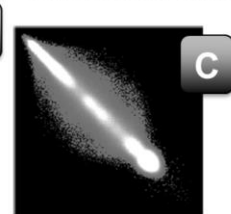
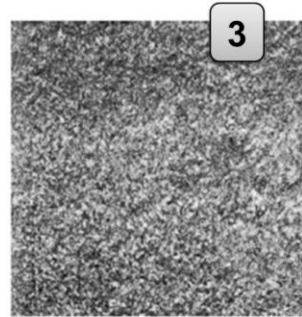
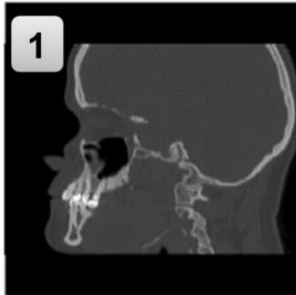


Links dargestellt ist eine Achternachbarschaft mit vier eingezeichneten Winkeln. Zur Berechnung einer symmetrischen Cooccurrence-Matrix mit  $|\delta| = 1$  werden vier Cooccurrence-Matrizen gebildet. Deren Displacements haben jeweils den Betrag von 1 und die Winkel  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ . Rechts ist die relative Lage der Pixel der vier Displacements einzeln abgebildet.

Quelle: Modrau: Diplomarbeit  
FH Bonn-Rhein-Sieg, 2007

# Cooccurrence Matrizen (Beispiele)

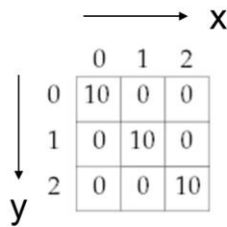
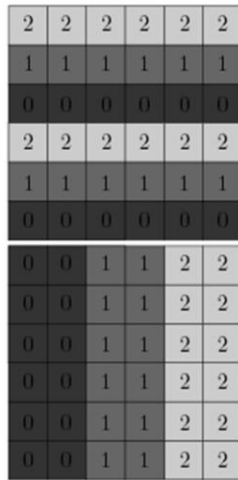
- 3 Bilder → 3 CoMa'en
  - Ordnen Sie richtig zu!



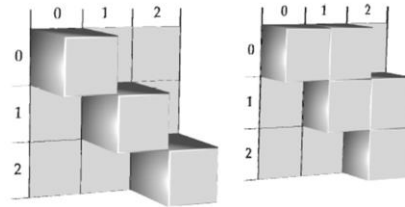
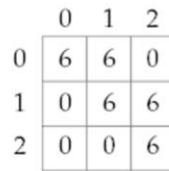
Quelle: Modrau: Diplomarbeit  
FH Bonn-Rhein-Sieg, 2007

- 1 → B
- 2 → C
- 3 → A

# Histogramme 2. Ordnung



Bsp.:  
x ist **rechter Nachbar** von y

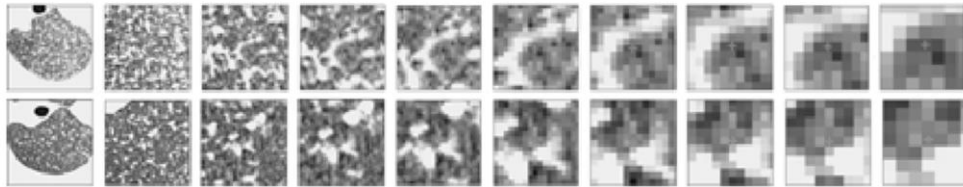


Quelle: Modrau: Diplomarbeit  
FH Bonn-Rhein-Sieg, 2007

3D-Darstellung von Histogrammen 2. O. aus Cooccurrence-Matrizen  
hier: x rechts von y

# Textur-Hierarchien

- **Mikro- und Makrotextur**
- **Unterscheidbarkeit ab best. Globalität**
  - Beispiel: gesundes vs. krankes Lungengewebe



Quelle: Lehmann: BV für die Medizin



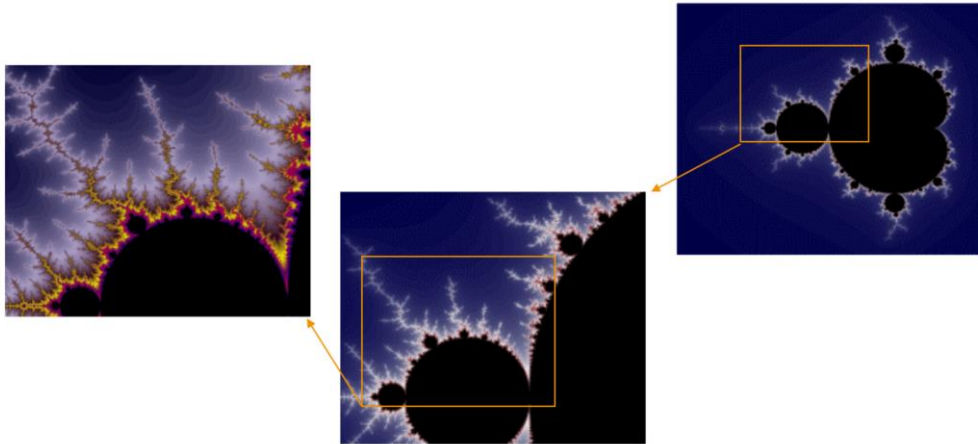
oben: gesundes Lungengewebe;

unten: krankes Lungengewebe (Silikose)

Auflösungen von 150x150 bis 7x7 Pixel; Unterscheidbarkeit ab 32x32 Pixel (6. Bild von rechts)



- Verschiedene Detail-Grade qualitativ nicht unterscheidbar

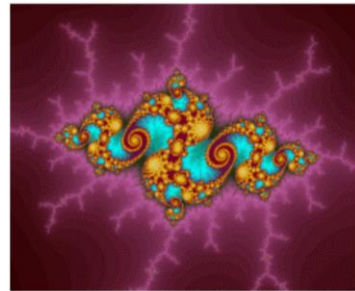


Fraktale Objekte (d.h. Objekte mit „gebrochener“ Dimensionalität wie die Mandelbrot-Menge (~„Apfelmann“) weisen ein hohes Maß an „Selbstähnlichkeit“ auf, d.h. die Abbildungseigenschaften lassen sich auf unterschiedlichen Skalierungsebenen auf gleiche Weise beschreiben. Für Bildausschnitte bedeutet dies, dass aus dem einzelnen Bild nicht erkennbar ist, mit welcher Skalierung es das Objekt zeigt.

Solche Objekte entstehen oft durch einfache rekursive Algorithmen.

# Fraktale Eigenschaften

- **Modellierung (Beschreibung) natürlicher Phänomene:**
  - Wolken, Berge, Flüsse, Blutgefäße, Pflanzen, u.a.
- **Selbstähnlichkeit**
- **"Zwischen-"Dimensionalität**
- **wissenschaftliche Anwendung:**
  - Chaos-Theorie, Rauheitsmaß, etc.
- **künstlerische Anwendung:**
  - Apfelmann, u.a.



# Menger's Schwamm

- **0. Rekursion:**
  - 1 Würfel, 6 Flächen  
Dimension 2.0 (Obfl.)
- **1. Rekursion:**
  - 20 Würfel, 72 Flächen  
Dimension 2.26
- **2. Rekursion:**
  - 400 Würfel, 1056 Flächen  
Dimension 2.44
- **3. Rekursion:**
  - 8000 Würfel, 18048 Flächen  
Dimension 2.58



**Rezept:** rekursiv  
Würfel in 27  
kleine Würfel teilen  
(Kanten dritteln) und  
Mitte durchstoßen



## ● Gebrochene Dimensionalität

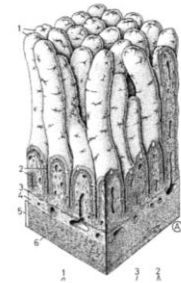
- Maßstab-abhängig
- Linie → Fläche
- Fläche → Raum
- Beispiel:  $D = 1.7$



## ● Beispiel 2D → 3D:

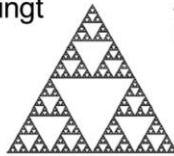
- Darmzotten (Oberflächenvergrößerung)
- Oberfläche des Menger-Schwamms  
(Hausdorff-Dimension > topologische Dimension)

Bildquelle: Krstić:  
Die Gewebe des  
Menschen und der  
Säugetiere



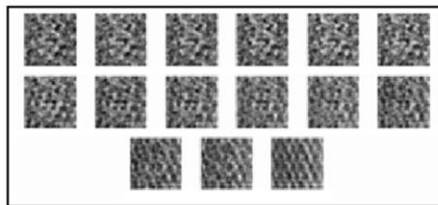
## ● Fraktale Dimension als Maß für Rauheit

- Fraktale Dimension für Quantifizierung nur bedingt geeignet



## ● Fraktale Signatur

- Verlauf der fraktalen Dimension in Abhängigkeit vom betrachteten Maßstab



Quelle: Lehmann:  
BV für die Medizin

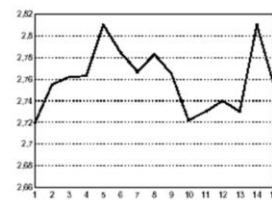






Abb.: Verlauf der Fraktalen Dimension über die Texturpatches  
(Überblendungen/Mischungen zwischen links oben und rechts unten)

## Referenzen

- **Handels, Heinz:**  
**Medizinische Bildverarbeitung**  
(Teubner, 2000)
  - *Kap. 6:* Klassifikation und Bilderkennung, 151-213
- **Lehmann, Oberschelp, Pelikan, Repges:**  
**Bildverarbeitung für die Medizin**  
(Springer, 1997)
  - *Kap. 15:* Klassifikation und Mustererkennung, 395-429
- **Lehmann, Meyer zu Bexten: Handbuch der Medizinischen Informatik**  
(Hanser, 2002)
  - *Kap. 8.8:* Lehmann, Hiltner, Handels: Medizinische Bildverarbeitung - Klassifikation, 395-407

Thomas Lehmann et al.: Online über google-scholar

# Kompetenzcheck

- **Texturen** 
  - Definition, Textur-basierte Segmentierung
- **Fourier-Spektren** 
  - Fourier-Transformation
  - cos-Basisfunktionen
  - Darstellungen: zentriert vs. unzentriert
  - Texturmerkmale: Frequenz (Position), Orientierung (Quadrant)
- **Co-occurrence Matrix** 
  - Definition
  - Bestimmung: Grauwerte (Größe), Lagebeziehung (Anzahl)
- **Selbstähnlichkeit** 
  - Textur-Hierarchien; Fraktale